Maschinelles Entscheiden: Keine Regel ohne Ausnahme?

Chemnitzer Linux-Tage 2019 – Natürlich intelligent

Michael Hierweck
michael.hierweck@hostsharing.net

18. März 2019

Kontext

- Wissensrepräsentation $\subseteq$ Künstliche Intelligenz

Beschreibungslogiken:

- Beschreibungslogiken $\subseteq$ Prädikatenlogik 1. Stufe
- prägnante Syntax
- günstige Berechnungseigenschaften möglich
- Konstruktoren $\leftrightarrow$ Ausdrucksstärke vs. Komplexität

Motivation und Zielsetzung

- Motivation: Praxis erfordert anfechtbare Regeln

- Ziel: Integration von nichtmonotonem Schließen in Beschreibungslogik
- Wunsch: Weiterverwendung bestehender Ontologien
- Wunsch: Erhalt günstiger Berechnungseigenschaften

Beschreibungslogiken:

- TBox: Terminologie/Vokabular
- ABox: Annahmen über Individuen der Domäne
- Konzept: Kennzeichnung von Individuen
- Rolle: Paarbeziehungen zwischen von Individuen

Fragestellungen:

- Beschreibung erfüllbar oder widersprüchlich?
- Konzept subsumiert anderes Konzept?
- Annahmen konsistent?
- Individuum Instanz eines Konzepts?

Konzeptbeschreibungen

Elementare Beschreibungen:

- atomare Konzepte
- atomare Rollen

Komplexe Beschreibungen:

- induktiv durch Konstruktoren

Syntax elementarer Beschreibungen

$A(a)$ (atomares Konzept)

$R(b, c)$ (atomare Rolle)

Beispiel zur Syntax elementarer Beschreibungen

Users(ANNA)
Users(BERT)
Users(CHRIS)
Staff(ANNA)
Staff(BERT)
Staff(DORO)

knows(ANNA, BERT)
knows(BERT, CHRIS)

Semantik elementarer Beschreibungen

Interpretation:

- Domäne der Interpretation
- Interpretationsfunktion

Interpretationsfunktion:

- $A \to A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
- $R \to R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$

Interpretation erfüllt $A(a)$ bzw. $R(b, c)$
gdw. $a^{\mathcal{I}} \in A^{\mathcal{I}}$ bzw. $(b^{\mathcal{I}}, c^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$

Beispiel zur Semantik elementarer Beschreibungen

$$\begin{aligned}
\mathsf{Users} &\mapsto \mathsf{Users}^{\mathcal{I}} = \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}\} \checkmark \\
\mathsf{Staff} &\mapsto \mathsf{Staff}^{\mathcal{I}} = \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DORO}^{\mathcal{I}}\} \checkmark \\
\mathsf{knows} &\mapsto \mathsf{knows}^{\mathcal{I}} = \{(\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}), (\mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}})\} \checkmark
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathsf{Staff} &\mapsto \mathsf{Staff}^{\mathcal{I}} = \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DORO}^{\mathcal{I}}\} \checkmark \\
\mathsf{Users} &\mapsto \mathsf{Users}^{\mathcal{I}} = \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}\} ✗
\end{aligned}$$

Syntax der Konzeptbeschreibungen

$$C, D \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} A & \text{(atomares Konzept)} \\ \top & \text{(universelles oder Top-Konzept)} \\ \bot & \text{(leeres, spezielles oder Bottom-Konzept)} \\ \neg A & \text{(atomare Negation)} \\ C \sqcap D & \text{((Konzept-)Konjunktion oder Schnitt)} \\ \forall R.\, C & \text{(universelle Quantifikation oder Wertrestriktion)} \\ \exists R.\, \top & \text{(beschränkte existentielle Quantifikation)} \end{cases}$$

Beispiel zur Syntax der Konzeptbeschreibungen

$$\mathsf{Staff} \sqcap \mathsf{Users}$$

Semantik der Konzeptbeschreibungen

Erweiterung der Interpretationsfunktion der Interpretation $\mathcal{I}$:

$$
\begin{aligned}
\top^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \\
\bot^{\mathcal{I}} &= \emptyset \\
(\neg A)^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \setminus A^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} &= C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} \\
(\forall R.\, C)^{\mathcal{I}} &= \left\{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \forall b.\ (a, b) \in R^{\mathcal{I}} \Rightarrow b \in C^{\mathcal{I}}\right\} \\
(\exists R.\, \top)^{\mathcal{I}} &= \left\{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b.\ (a, b) \in R^{\mathcal{I}}\right\}
\end{aligned}
$$

Beispiel zur Semantik der Konzeptbeschreibungen

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{Staff} \sqcap \mathsf{Users}) \quad \mapsto \quad & (\mathsf{Staff} \sqcap \mathsf{Users})^{\mathcal{I}} \\
&= \mathsf{Staff}^{\mathcal{I}} \cap \mathsf{Users}^{\mathcal{I}} \\
&= \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}
$$

Syntax und Semantik der Terminologie

Interpretation $\mathcal{I}$:

- erfüllt $C \sqsubseteq D$ gdw. $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ (Inklusion)
- erfüllt $C \equiv D$ gdw. $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ (Äquivalenz)

- Inklusionen oder Äquivalenzen heißen Axiome
- $\mathcal{I}$ heißt Modell der Menge von Axiomen M gdw. $\mathcal{I}$ alle Axiome aus M erfüllt

Beispiel zur Syntax und Semantik der Terminologie

Terminologie:

- Staff $\sqsubseteq$ Users
- Blacklisted $\sqsubseteq$ Staff

Interpretation $\mathcal{I}$ ist höchstens dann ein Modell, wenn:

- $\text{Staff}^{\mathcal{I}} \subseteq \text{Users}^{\mathcal{I}}$ ✓
- $\text{Blacklisted}^{\mathcal{I}} \subseteq \text{Staff}^{\mathcal{I}}$ ✓
- $\text{DORO}^{\mathcal{I}} \in \text{Users}^{\mathcal{I}}$ ✓

Ausdrucksstärke und Komplexität

- Familie der $\mathcal{AL}$-Sprachen entsteht aus $\mathcal{AL}$ durch Ergänzung um Konstruktoren
- Auswahl beeinflusst Ausdrucksstärke und Berechnungskomplexität
- klassische Komplexitätstheorie ist anwendbar

$\mathcal{EL}$ und $\mathcal{EL}^\perp$

$\mathcal{EL}$ und $\mathcal{EL}^\perp$ sind Beschreibungslogiken — abweichend von $\mathcal{AL}$:

- sind nur universelles Konzept und Konjunktion erlaubt
- ist zusätzlich die (vollkommene) existentielle Quantifikation erlaubt
- ist nur in $\mathcal{EL}^\perp$ zusätzlich das leere Konzept erlaubt

Syntax

$$C, D \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} A & \text{(atomares Konzept)} \\ \top & \text{(universelles oder Top-Konzept)} \\ C \sqcap D & \text{((Konzept-)Konjunktion oder Schnitt)} \\ \exists R.\, C & \text{((vollkommene) existentielle Quantifikation)} \\ \bot & \text{(leeres Konzept — nur in } \mathcal{EL}^\perp\text{!)} \end{cases}$$

Beispiel zur Syntax

$$\exists \mathsf{knows}.\,\mathsf{Staff}$$

Semantik

Erweiterung der Interpretationsfunktion der Interpretation $\mathcal{I}$:

$$\begin{array}{rcl} \top^\mathcal{I} & = & \Delta^\mathcal{I} \\ (C \sqcap D)^\mathcal{I} & = & C^\mathcal{I} \cap D^\mathcal{I} \\ (\exists R.\, C)^\mathcal{I} & = & \left\{ a \in \Delta^\mathcal{I} \;\middle|\; \exists b.\ (a, b) \in R^\mathcal{I} \ \wedge\ b \in C^\mathcal{I} \right\} \\ \bot^\mathcal{I} & = & \emptyset \quad (\text{nur in } \mathcal{EL}^\bot!) \end{array}$$

Beispiel zur Semantik

$$(\exists \mathsf{knows}.\,\mathsf{Staff}) \;\mapsto\; \left\{ a \in \Delta^{\mathcal{I}} \;\middle|\; \exists b.\; (a,b) \in \mathsf{knows}^{\mathcal{I}} \;\wedge\; b \in \mathsf{Staff}^{\mathcal{I}} \right\}$$

Falls die Interpretation $\mathcal{I}$ ein Modell ist:

$$\begin{aligned} & \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}} \in \mathsf{Staff}^{\mathcal{I}} \text{ und } (\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}) \in \mathsf{knows}^{\mathcal{I}} \\ \Rightarrow \quad & \mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}} \in (\exists \mathsf{knows}.\,\mathsf{Staff})^{\mathcal{I}} \end{aligned}$$

Komplexität

- $\mathcal{EL}$ hat günstige Berechnungseigenschaften
- $\mathcal{EL}$ bietet sich daher als Ausgangspunkt an

Zirkumskription

Zirkumskription:

- ist ein von John McCarthy vorgeschlagenes Konzept
- erlaubt Formalisierung nichtmonotonen Schließens
- Definition nutzt Prädikatenlogik 2. Stufe
- ermöglicht es, Objektmengen durch Eigenschaften der Objekte vollständig zu beschreiben

Erweiterung von $\mathcal{EL}^\perp$ um Zirkumskription

Erweiterung von $\mathcal{EL}^\perp$ um Zirkumskription:

- von Bonatti, Faella und Sauro vorgestelltes Konzept
- Zulassung von anfechtbaren Inklusionen, welche ausdrücken, dass Inklusion normalerweise erfüllt ist

Erweiterung der Syntax

$$C \quad \sqsubseteq_n \quad \exists R.\, D$$

Beispiel: „Situs inversus“

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Human} &\sqsubseteq_n \exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart}\\
\mathsf{SitusInversus} &\sqsubseteq \mathsf{Human} \sqcap \exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{RHeart}\\
\mathsf{LHeart} &\sqsubseteq \mathsf{Heart} \sqcap \exists \mathsf{position}.\,\mathsf{Left}\\
\mathsf{RHeart} &\sqsubseteq \mathsf{Heart} \sqcap \exists \mathsf{position}.\,\mathsf{Right}\\
\exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart} \sqcap \exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{RHeart} &\sqsubseteq \bot
\end{aligned}
$$

Beispiel: „Zugriffskontrolle“

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Staff} &\sqsubseteq \mathsf{Users}\\
\mathsf{Blacklisted} &\sqsubseteq \mathsf{Staff}\\
\mathsf{UserRequest} &\equiv \exists \mathsf{subject}.\,\mathsf{Users}\\
&\quad \sqcap\ \exists \mathsf{target}.\,\mathsf{Projects} \sqcap \exists \mathsf{action}.\,\mathsf{Read}\\
\mathsf{StaffRequest} &\equiv \exists \mathsf{subject}.\,\mathsf{Staff}\\
&\quad \sqcap\ \exists \mathsf{target}.\,\mathsf{Projects} \sqcap \exists \mathsf{action}.\,\mathsf{Read}\\
\mathsf{UserRequest} &\sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Deny}\\
\mathsf{StaffRequest} &\sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Grant}\\
\exists \mathsf{subject}.\,\mathsf{Blacklisted} &\sqsubseteq \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Deny}\\
\exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Grant} \sqcap \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Deny} &\sqsubseteq \bot
\end{aligned}
$$

Wissensbasis mit anfechtbaren Inklusionen

Wissensbasis mit anfechtbaren Inklusionen besteht aus:

- klassischen Regeln $\mathcal{S}$
- anfechtbaren Inklusionen $\mathcal{D}$

Modell mit anfechtbaren Inklusionen

Anforderungen an ein Modell:

- Modell hinsichtlich klassischer Regeln $\mathcal{S}$
- Maximierung der Menge der Individuen, die alle anfechtbaren Inklusionen $\delta \in \mathcal{D}$ erfüllen

Formal: Maximierung von:

$$\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta) \;=\; \left\{ x \in \Delta^{\mathcal{I}} \;\middle|\; x \notin A^{\mathcal{I}} \;\vee\; x \in C^{\mathcal{I}} \right\}$$

für alle $\delta = (A \sqsubseteq_n C) \in \mathcal{D}$

Beispiel für die Maximierung

Für die anfechtbare Inklusion:

$$\delta_h \;=\; \mathsf{Human} \sqsubseteq_n \exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart}$$

ist die zu maximierende Menge:

$$\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_h) \;=\; \left\{x \in \Delta^{\mathcal{I}} \;\mid\; x \notin \mathsf{Human}^{\mathcal{I}} \;\vee\; x \in (\exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart})^{\mathcal{I}}\right\}$$

Einschränkungen von $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$

Einschränkungen der betrachteten Semantik $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$:

- ausschließlich die Extension von Rollen kann variiert werden
- Extensionen von Domäne und atomaren Konzepten sind fest

Beispiel für $\mathrm{Circ}_{\mathrm{fix}}$

Human(ALICE)	
Human(BOB)	
Human(CHARLIE)	position(LINKESHERZ, LINKS)
Left(LINKS)	position(RECHTESHERZ, RECHTS)
Right(RECHTS)	hasHeart(CHARLIE, RECHTESHERZ)
Heart(LINKESHERZ)	
Heart(RECHTESHERZ)	

Beispiel für $\mathrm{Circ}_{\mathrm{fix}}$

Es gilt also:

- $\mathrm{CHARLIE}^{\mathcal{I}} \in \mathrm{SitusInversus}^{\mathcal{I}}$ ✓
- $\mathrm{CHARLIE}^{\mathcal{I}}$ verletzt δ_h ✓

Folgende Extensionen verletzen die Maximierung von $\mathrm{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_h)$:

- $(\mathrm{ALICE}^{\mathcal{I}}, \mathrm{RECHTESHERZ}^{\mathcal{I}}) \in \mathrm{hasHeart}^{\mathcal{I}}$ ✗
- $(\mathrm{BOB}^{\mathcal{I}}, \mathrm{RECHTESHERZ}^{\mathcal{I}}) \in \mathrm{hasHeart}^{\mathcal{I}}$ ✗

Konflikte

Folgende Regeln stehen bzgl. der Maximierung in Konflikt:

$$\begin{aligned}\delta_s &= (\mathsf{StaffRequest} \sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision.Grant}) \\ \delta_u &= (\mathsf{UserRequest} \sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision.Deny})\end{aligned}$$

$\rightarrow$ Präferenzrelation auf den Interpretationen soll Konflikte auflösen

Partielle Ordnung

Für die anfechtbaren Inklusionen wird eine partielle Ordnung definiert:

Definition

Seien $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_1) = (A_1 \sqsubseteq_n C_1)^{\mathcal{I}}$ und $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_2) = (A_2 \sqsubseteq_n C_2)^{\mathcal{I}}$. Dann gelte $\delta_1 \prec \delta_2$ genau dann, wenn $A_1 \sqsubseteq A_2$ und $A_2 \not\sqsubseteq A_1$.

$\rightarrow$ Maximierung von $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_1)$ auf Kosten von $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_2)$ ist zulässig

Beispiel für die partielle Ordnung

$$\mathsf{StaffRequest} \sqsubseteq \mathsf{UserRequest} \quad \Rightarrow \quad \delta_s \prec \delta_u$$

Präferenzrelation

Definition

Für alle Interpretationen $\mathcal{I}$, $\mathcal{J}$, gilt $\mathcal{I} <_{\mathcal{D}} \mathcal{J}$ genau dann, wenn:

1. $\Delta^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{J}}$
2. $A^{\mathcal{I}} = A^{\mathcal{J}}$ für alle atomaren Konzepte
3. für alle $\delta \in \mathcal{D}$: wenn $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta) \not\supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta)$, so muss ein $\delta' \in \mathcal{D}$ existieren, so dass $\delta' \prec \delta$ und $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta') \supsetneq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta')$
4. es existiert ein $\delta \in \mathcal{D}$, so dass $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta) \supsetneq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta)$.

Beispiel für die Präferenzrelation

Users(ANNA)
Users(BERT)
Users(CHRIS)
Staff(ANNA)
Staff(BERT)
Grant(GRANT)
Deny(DENY)
Projects(PROJECT)
Read(READ)

subject(REQUEST, BERT)
target(REQUEST, PROJECT)
action(REQUEST, READ)

Beispiel für die Präferenzrelation

Aus den klassischen Regeln $\mathcal{S}$ folgt:

$$\mathsf{BERT}^{\mathcal{X}} \in \mathsf{Users}^{\mathcal{X}}$$
$$\mathsf{BERT}^{\mathcal{X}} \in \mathsf{Staff}^{\mathcal{X}}$$

Ferner wird angenommen:

$$\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{X}} \in \mathsf{UserRequest}^{\mathcal{X}}$$
$$\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{X}} \in \mathsf{StaffRequest}^{\mathcal{X}}$$

Beispiel für die Präferenzrelation

Seien $\mathcal{I}$, $\mathcal{J}$ Interpretationen mit:

$$\begin{aligned}
(\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{I}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{I}}) &\in \mathsf{decision}^{\mathcal{I}} \\
(\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{I}}) &\notin \mathsf{decision}^{\mathcal{I}} \\
(\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{J}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{J}}) &\notin \mathsf{decision}^{\mathcal{J}} \\
(\mathsf{REQUEST}^{\mathcal{J}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{J}}) &\in \mathsf{decision}^{\mathcal{J}}
\end{aligned}$$

Beispiel für die Präferenzrelation

Zu maximierenden Mengen bzgl. $\mathcal{I}$:

$$\begin{aligned}
&\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_u)\\
&= \left\{x \in \Delta^{\mathcal{I}} \;\middle|\; x \notin \mathsf{UserRequest}^{\mathcal{I}} \vee x \in (\exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{DENY})^{\mathcal{I}}\right\}\\
&= \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{I}},\\
&\qquad \mathsf{PROJECT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{READ}^{\mathcal{I}}\}\\
&\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_s)\\
&= \left\{x \in \Delta^{\mathcal{I}} \;\middle|\; x \notin \mathsf{StaffRequest}^{\mathcal{I}} \vee x \in (\exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{GRANT})^{\mathcal{I}}\right\}\\
&= \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}, \mathsf{REQUEST}^{\mathcal{I}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{I}},\\
&\qquad \mathsf{PROJECT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{READ}^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}$$

Beispiel für die Präferenzrelation

Zu maximierenden Mengen bzgl. $\mathcal{J}$:

$$
\begin{aligned}
&\mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_u)\\
&= \left\{x \in \Delta^{\mathcal{J}} \;\middle|\; x \notin \mathsf{UserRequest}^{\mathcal{J}} \vee x \in (\exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{DENY})^{\mathcal{J}}\right\}\\
&= \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}, \mathsf{REQUEST}^{\mathcal{I}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{I}},\\
&\quad\; \mathsf{PROJECT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{READ}^{\mathcal{I}}\}\\
&\mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_s)\\
&= \left\{x \in \Delta^{\mathcal{J}} \;\middle|\; x \notin \mathsf{StaffRequest}^{\mathcal{J}} \vee x \in (\exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{GRANT})^{\mathcal{J}}\right\}\\
&= \{\mathsf{ANNA}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BERT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHRIS}^{\mathcal{I}}, \mathsf{GRANT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{DENY}^{\mathcal{I}},\\
&\quad\; \mathsf{PROJECT}^{\mathcal{I}}, \mathsf{READ}^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}
$$

Beispiel für die Präferenzrelation

Überprüfung der Bedingungen 1–4:

1. Gleichheit der Domänen der Interpretionen ✓
2. Gleichheit Extension atomarer Konzepte ✓
3. im Anschluss...
4. für $\mathcal{I} <_{\mathcal{D}} \mathcal{J}$ durch δ_s ✓
   für $\mathcal{J} <_{\mathcal{D}} \mathcal{I}$ durch δ_u ✓

Beispiel für die Präferenzrelation

Ist $\mathcal{I} <_{\mathcal{D}} \mathcal{J}$ erfüllt?

- Überprüfung für δ_u:
  Die Voraussetzung $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_u) \not\supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_u)$ ist erfüllt,
  es gilt $\delta_s \prec \delta_u$
  und es existiert die anfechtbare Inklusion δ_s mit
  $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_s) \supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_s)$. ✓
- Überprüfung für δ_s:
  Die Voraussetzung $\mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_s) \not\supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_s)$ ist nicht erfüllt. ✓

Beispiel für die Präferenzrelation

Ist $\mathcal{J} <_{\mathcal{D}} \mathcal{I}$ erfüllt?

- Überprüfung für δ_u:
  Die Voraussetzung $\mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_u) \not\supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_u)$ ist nicht erfüllt. ✓
- Überprüfung für δ_s:
  Die Voraussetzung $\mathsf{sat}_{\mathcal{J}}(\delta_s) \not\supseteq \mathsf{sat}_{\mathcal{I}}(\delta_s)$ ist erfüllt,
  aber es existiert keine anfechtbare Inklusion δ_x mit $\delta_x \prec \delta_s$. ✗

Modelle bezüglich $\mathrm{Circ}_{\mathsf{fix}}$

Definition

Eine Interpretation $\mathcal{I}$ ist ein Modell im Sinne von $\mathrm{Circ}_{\mathsf{fix}}$ genau dann, wenn $\mathcal{I}$ ein klassisches Modell bezüglich $\mathcal{S}$ ist und für alle anderen klassischen Modelle $\mathcal{J}$ gilt: $\mathcal{J} \not<_{\mathcal{D}} \mathcal{I}$.

Beispiel für Modelle bezüglich $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$

- Die Interpretationen $\mathcal{I}$, $\mathcal{J}$ erfüllen die klassischen Regeln $\mathcal{S}$.
- Es gilt $\mathcal{I} <_{\mathcal{D}} \mathcal{J}$.
- Es gilt jedoch nicht $\mathcal{J} <_{\mathcal{D}} \mathcal{I}$.
- Es existieren keine anfechtbaren Inklusionen mit höherer Priorität als δ_s.
- $sat_{\mathcal{I}}(\delta_s) = \Delta^{\mathcal{I}}$ kann nicht weiter maximiert werden.

Also ist die Interpretation $\mathcal{I}$ ein Modell im Sinne von $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$.

Ausschluss leerer atomarer Konzepte

- $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$ schließt Extension atomarer Konzepte aus.
- $\exists R.\, A$ ist für kein Individuum erfüllbar, falls $A^{\mathcal{I}} = \emptyset$.

Dies kann durch Hilfsregeln ausgeschlossen werden:

$$
\begin{aligned}
\top &\sqsubseteq \exists \mathsf{hilf}.\, A_1 \\
\top &\sqsubseteq \exists \mathsf{hilf}.\, A_2
\end{aligned}
$$

Beispiel für den Ausschluss leerer atomarer Konzepte

Grant und Deny könnten leer sein:

$$\begin{aligned} \mathsf{StaffRequest} &\sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Grant} \\ \mathsf{UserRequest} &\sqsubseteq_n \exists \mathsf{decision}.\,\mathsf{Deny} \end{aligned}$$

Es werden zusätzliche Regeln eingeführt:

$$\begin{aligned} \top &\sqsubseteq \exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Grant} \\ \top &\sqsubseteq \exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Deny} \end{aligned}$$

Beispiel für den Ausschluss leerer atomarer Konzepte

Zusätzliche Regeln sichern:

$$\Delta^{\mathcal{I}} \subseteq (\exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Grant})^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$$
$$\Delta^{\mathcal{I}} \subseteq (\exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Deny})^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$$

Hieraus folgt:

$$(\exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Grant})^{\mathcal{I}} = (\exists \mathsf{aux}.\,\mathsf{Deny})^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}}$$

Weiter folgt:

$$\mathsf{Grant}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset \text{ und } \mathsf{Deny}^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$$

Motivation

- Es soll ableitbar sein, dass Konzepte normalerweise Unterkonzepte von anderen sind
- bzw. Subsumption soll Ausnahmen unberücksichtigt lassen
- Aber: Eigenschaften könnten in Unterkonzepten verletzt werden

Idee

Folgende Aussagen sind äquivalent.
Subsumption $A \sqsubseteq D$ im Sinne von $\mathrm{Circ}_{\mathrm{fix}}$ soll genau dann vorliegen:

- wenn die Individuen, welche Instanzen von A und nicht von Unterkonzepten von A sind, die Konzeptbeschreibung D erfüllen.
- wenn alle Individuen, welche Instanzen von A, die allenfalls noch Instanzen von Oberkonzepten von A sind, die Konzeptbeschreibung D erfüllen.

Definition

Definition

Mit $\lfloor A \rfloor^{\mathcal{I}} = \{ d \in A^{\mathcal{I}} \mid \forall B : d \in B^{\mathcal{I}} \Rightarrow A \sqsubseteq B \}$
soll im Sinne von $\mathrm{Circ}_{\mathrm{fix}}$ $A \sqsubseteq D$ genau dann ableitbar sein,
wenn für alle Modelle $\mathcal{I}$ gilt: $\lfloor A \rfloor^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$.

Beispiel für das Schließen

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Human}^{\mathcal{I}} &= \{\mathsf{ALICE}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BOB}^{\mathcal{I}}, \mathsf{CHARLIE}^{\mathcal{I}}\} \\
\mathsf{SitusInversus}^{\mathcal{I}} &= \{\mathsf{CHARLIE}^{\mathcal{I}}\} \\
(\exists \mathsf{hasHeart}.\, \mathsf{LHeart})^{\mathcal{I}} &= \{\mathsf{ALICE}^{\mathcal{I}}, \mathsf{BOB}^{\mathcal{I}}\} \\
(\exists \mathsf{hasHeart}.\, \mathsf{RHeart})^{\mathcal{I}} &= \{\mathsf{CHARLIE}^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}
$$

Beispiel für das Schließen

Die Subsumption $\mathsf{Human} \sqsubseteq \exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart}$

- ist im klassischen Verständnis nicht erfüllbar, weil $\mathsf{CHARLIE}^{\mathcal{I}} \notin (\exists \mathsf{hasHeart}.\,\mathsf{LHeart})^{\mathcal{I}}$
- im Sinne von $\mathsf{Circ}_{\mathsf{fix}}$ ist diese Subsumption jedoch zulässig, da $\mathsf{CHARLIE}^{\mathcal{I}} \notin \lfloor \mathsf{Human} \rfloor^{\mathcal{I}}$

Komplexität

- Subsumption im Sinne von $\mathrm{Circ}_{\mathrm{fix}}$ ist „NP-hard“
- Ausschluss von Prioritätskonflikten zwischen anfechtbaren Inklusionen ermöglicht Schließen in „P“
- Zusatzregeln können dies sichern

Zirkumskription in anderen Beschreibungslogiken

Integration von Zirkumskription
in Beschreibungslogiken der $\mathcal{AL}$-Familie:

- Integration von Zirkumskription in $\mathcal{ALCIO}$
- Integration von Zirkumskription in $\mathcal{ALCQO}$

Alternative Ansätze für anfechtbare Inklusionen

Alternative Ansätze für anfechtbare Inklusionen:

- Default Logic
- Autoepistemic Logic

Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden:

- dass die Integration von Zirkumskription in $\mathcal{EL}^{\perp}$ möglich ist
- Berechnungskomplexität kann (unter Einschränkungen) polynomiell beschränkt bleiben
- Weiterverwendbarkeit bestehender Ontologien (weitgehend) möglich

Aber: $\mathcal{EL}^{\perp}$ mit Zirkumskription $\not\subseteq$ Prädikatenlogik 1. Stufe

Literatur I

Franz Baader. „Terminological cycles in a description logic with existential restrictions". In: *IJCAI*. Bd. 3. 2003, S. 325–330.

Franz Baader. *The description logic handbook: Theory, implementation and applications*. Cambridge university press, 2003.

Franz Baader, Sebastian Brandt und Carsten Lutz. „Pushing the EL envelope". In: *IJCAI*. Bd. 5. 2005, S. 364–369.

Literatur II

Piero A Bonatti, Marco Faella und Luigi Sauro. „$\mathcal{EL}$ with Default Attributes and Overriding“. In: *International Semantic Web Conference*. Springer. 2010, S. 64–79.

Piero A Bonatti, Marco Faella und Luigi Sauro. „Defeasible inclusions in low-complexity DLs“. In: *Journal of Artificial Intelligence Research* 42 (2011), S. 719–764.

Piero A Bonatti, Carsten Lutz und Frank Wolter. „The complexity of circumscription in DLs“. In: *Journal of Artificial Intelligence Research* 35 (2009), S. 717–773.

Literatur III

Piero Bonatti u. a. „Decidability of Circumscribed Description Logics Revisited“. In: *Advances in Knowledge Representation, Logic Programming, and Abstract Argumentation*. Springer, 2015, S. 112–124.

Tomi Janhunen. „On the intertranslatability of non-monotonic logics“. In: *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* 27.1-4 (1999), S. 79–128.

Hector J Levesque und Ronald J Brachman. „Expressiveness and tractability in knowledge representation and reasoning1“. In: *Computational intelligence* 3.1 (1987), S. 78–93.

Vladimir Lifschitz. „Computing Circumscription.“. In: *IJCAI*. Bd. 85. 1985, S. 121–127.

Literatur IV

John McCarthy. „Circumscription: a form of nonmonotonic reasoning“. In: *Artificial Intelligence* 13.1 (1980), S. 27–39.

John McCarthy. „Applications of circumscription to formalizing common-sense knowledge“. In: *Artificial Intelligence* 28.1 (1986), S. 89–116.